

УДК 539.189.1

## ПРОБЛЕМА СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ В КЭД И ЛЭМБОВСКИЙ СДВИГ В МЮОННЫХ АТОМАХ

*Р.Х. Гайнутдинов, А.А. Мутыгуллина, А.А. Васильев*

### Аннотация

В статье обсуждается проблема связанного состояния в квантовой электродинамике (КЭД). Показывается, что формализм адиабатической  $S$ -матрицы, с помощью которого обычно определяются радиационные поправки к энергетическим уровням атомов, представляет только приближённое решение, а также, что имеются существенные поправки к энергетическим уровням мюонных атомов, которые невозможно получить при использовании формализма адиабатической  $S$ -матрицы.

**Ключевые слова:** связанные состояния, лэмбовский сдвиг, мюонные атомы.

---

### Введение

Мюонные атомы относят к так называемым экзотическим атомам. От обычных электронных атомов они отличаются тем, что один электрон заменен на мюон, который расположен к ядру гораздо ближе, чем электронные оболочки. Особый интерес для исследования представляет мюонный катализ ядерного синтеза в мюонной молекуле, или просто «холодный синтез». В мюонной молекуле вследствие близкого расположения ядер возможна реакция ядерного синтеза за счёт эффекта туннелирования ядер через кулоновский барьер. В среднем один и тот же мюон может катализировать около 150 ядерных реакций в молекуле дейтерий-третий-мюон. К сожалению, этого недостаточно, чтобы получить выигрыш в энергии, так как на производство мюонов и других частиц приходится затрачивать гораздо больше энергии. Чтобы увеличить число ядерных реакций, в последнее время появилось направление, связанное с осуществлением мюонного катализа ядерного синтеза в сверхинтенсивных лазерных полях [1]. Вероятно, в таких полях наиболее важное значение будут играть КЭД-эффекты. Другими практическими приложениями мюонных атомов является изучение электромагнитной структуры атомных ядер и проверка на точность квантовой электродинамики. Но, с одной стороны, чтобы изучать атомные ядра, нужно быть уверенным в правильности КЭД связанных состояний. С другой стороны, чтобы проверять на точность КЭД, нужно быть уверенным в правильности описания эффектов, связанных со структурой ядра. В настоящее время одним из широко используемых подходов для описания КЭД-эффектов для связанных состояний является метод, основанный на формализме адиабатической  $S_a$ -матрицы. Эффективность этого подхода обусловлена тем, что проблема связанных состояний решается в терминах  $S$ -матрицы, для вычисления которой можно использовать стандартные методы теории перенормировок в КЭД. Цена, которую необходимо платить за эти удобства, заключается в том, что при этом игнорируются некоторые динамические процессы, поскольку временная эволюция системы в принципе не может быть описана в терминах  $S$ -матрицы. Для обычных атомов поправки к лэмбовскому сдвигу, связанные с такими процессами, являются достаточно малыми — они не превышают точность, которая

в настоящее время достигается при экспериментальных исследованиях лэмбовского сдвига. Однако в мюонных атомах эти динамические процессы могут проявить себя в силу того, что взаимодействие мюона с вакуумом в поле тяжёлых ядер может быть очень существенным. В данной работе проблема связанных состояний в процессах взаимодействия мюона с ядром исследуется при помощи подхода к теории связанных состояний в КЭД [2], основанного на формализме обобщённой квантовой динамики (ОКД) [3]. Этот подход является более общим и, что особенно важно, позволяет явно учитывать динамические процессы, которые опускаются при решении проблемы в рамках формализма адиабатической  $S_a$ -матрицы. Мы показываем, что соответствующие поправки к лэмбовскому сдвигу мюонных атомов могут по абсолютной величине уступать только поправке Юлинга.

### 1. Проблема связанных состояний в КЭД

Адиабатический формализм Гелл-Манна–Лоу представляет собой некий способ переноса формализма  $S$ -матрицы, развитого в квантовой электродинамике рассеяния свободных частиц, на случай КЭД-связанных состояний. Предполагается, что полный гамильтониан электрона в атоме можно записать в виде (в представлении взаимодействия) [4, с. 320–327; 5, с. 167–178]:

$$H(t) = H_0 + \lambda H_I(t; a), \quad (1)$$

где  $H_0$  – гамильтониан Дирака, описывающий кулоновское взаимодействие электрона с ядром в атоме и рассматриваемый здесь как «свободный» (то есть невозмущенный) гамильтониан электрона в атоме. Уравнение на собственные состояния и собственные значения «свободного» гамильтониана имеет вид

$$H_0|n\rangle = E_n^{(0)}|n\rangle, \quad (2)$$

где  $|n\rangle$  и  $E_n^{(0)}$  – собственные состояния и собственные значения гамильтониана Дирака  $H_0$ , соответствующие связанному электрону. Такой выбор «свободных» состояний называется картиной Фарри, в которой взаимодействие электрона с кулоновским полем ядра уже учтено в нулевом приближении. Величина  $\lambda$  играет здесь роль параметра, по которому проводится разложение в ряд теории возмущений; при этом надо помнить, что в действительности  $\lambda = 1$ . Для того чтобы обеспечить применимость  $S$ -матричного формализма, необходимо, чтобы при временах  $t = \pm\infty$  гамильтониан возмущения  $H_I(t)$  обращался в нуль. С другой стороны, невозможно отключить возмущающее взаимодействие в атоме, так как оно присутствует всегда. Чтобы обойти эту проблему, делается предположение о том, что

$$H_I(t; a) \equiv H_I(t) \exp(-a|t|), \quad (3)$$

где  $a$  – вещественная положительная константа, после всех вычислений производится переход к пределу  $a \rightarrow 0$ , как бы обратно возвращая взаимодействие на все времена. Тогда  $\exp(-a|t|)$  будет адиабатически включать и выключать возмущающее взаимодействие  $H_I(t)$ , и взаимодействие будет максимальным в момент времени  $t = 0$ . Далее вводятся так называемые адиабатический оператор эволюции  $U_a(t, t_0)$  и адиабатическую  $S_a$ -матрицу  $S_a \equiv U_a(+\infty, -\infty)$ .

В рамках предложенного подхода адиабатической  $S_a$ -матрицы можно показать, что лэмбовский сдвиг для невырожденных состояний определяется формулой Гелл-Манна–Лоу:

$$E_n - E_n^{(0)} \equiv \Delta E_n = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{2} i \hbar a \lambda \frac{\partial}{\partial \lambda} \ln \langle n | S_a | n \rangle =$$

$$= \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{2} i\hbar a \left[ \lambda \langle n | S_a^{(1)} | n \rangle + \lambda^2 \left[ 2 \langle n | S_a^{(2)} | n \rangle - \langle n | S_a^{(1)} | n \rangle^2 \right] + \right. \\ \left. + \lambda^3 \left[ 3 \langle n | S_a^{(3)} | n \rangle - 3 \langle n | S_a^{(2)} | n \rangle \langle n | S_a^{(1)} | n \rangle + \langle n | S_a^{(1)} | n \rangle^3 \right] + \dots \right], \quad (4)$$

где  $S_a^{(k)}$  определяются по аналогии, как и  $S^{(k)}$  в  $S$ -матричном формализме. Можно также показать, что для первых членов при степенях  $\lambda$ , называемых неприводимыми частями в смысле Дайсона, предел  $a \rightarrow 0$  можно взять до начала вычислений и соответствующий сдвиг уровня будет равен

$$\Delta E_{n_1, \text{неприв.}}^{(k)} = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{2} i\hbar a \langle n_1 | S_a^{(k)} | n_1 \rangle_{\text{неприв.}} = \\ = \langle n_1 | V_{\text{eff}}^{(k)} | n_1 \rangle = \lim_{n_2 \rightarrow n_1} \frac{i\hbar}{2\pi} \frac{\langle n_2 | S^{(k)} | n_1 \rangle}{\delta(E_{n_1} - E_{n_2})}, \quad (5)$$

где  $S^{(k)} = \lim_{a \rightarrow 0} S_a^{(k)}$  и  $V_{\text{eff}}^{(k)}$  – оператор эффективной потенциальной энергии. Выражение (5) даёт возможность в рамках адиабатического формализма для неприводимых частей использовать эффективные потенциалы, например потенциалы Юлинга (Uehling), Челлена – Сабри (Källén – Sabry) и Уичмэна – Кролла (Wichmann – Kroll).

Подробное разложение адиабатической  $S_a$ -матрицы до второго порядка теории возмущений (то есть  $S_a^{(1)}$  и  $S_a^{(2)}$ ) проведено в [6, с. 70–78]. В первом члене  $S_a^{(1)}$  разложения  $S_a$  нет вклада в лэмбовский сдвиг энергетических уровней атома. Во втором члене  $S_a^{(2)}$  только четыре слагаемых дают вклад в лэмбовский сдвиг в водородоподобном (то есть одноэлектронном) атоме; два слагаемых описывают процесс на рис. 1, а и ещё два – процесс на рис. 1, б. Первая диаграмма описывает собственную энергию электрона в атоме, вторая – поляризацию электрон-позитронного вакуума в атоме. Например, первая диаграмма даёт наибольший вклад в лэмбовский сдвиг в электронных атомах [7]; а вторая – наибольший вклад в лэмбовский сдвиг в мюонных атомах [8]. В общем случае диаграмму на рис. 1, б можно представить в виде разложения пропагатора для электрона во внешнем поле ядра по степеням взаимодействия с ядром (рис. 2) [6, с. 159–179]. Вклад первой диаграммы (рис. 2, б) равен нулю по теореме Фарри. Диаграмма на рис. 2, в даёт наибольший вклад в общую диаграмму (рис. 2, а), называется юлинговской частью и соответствует поправке Юлинга порядка  $\alpha(Z\alpha)$ . Диаграмма на рис. 2, г называется уичмэн-кролловской частью и соответствует поправке Уичмэна – Кролла порядков  $\alpha(Z\alpha)^3$  и  $\alpha(Z\alpha)^5$ . В третьем члене  $S_a^{(3)}$  нет вклада в лэмбовский сдвиг в водородоподобном атоме ( $\langle n | S_a^{(3)} | n \rangle = 0$ ). В четвёртом порядке теории возмущений ( $\lambda^4$ ) можно выделить части, соответствующие поправке Челлена – Сабри порядка  $\alpha^2(Z\alpha)$ . Здесь были указаны наиболее существенные поправки в результате эффектов поляризации вакуума.

Несмотря на то что метод адиабатической  $S_a$ -матрицы оказался очень успешным при вычислении радиационных поправок к энергетическим уровням обычных атомов, у него имеется ряд недостатков, которые могут ограничить его применимость при вычислении этих поправок в мюонных атомах. Действительно, формула Гелл-Манна – Лоу (4) представляет собой обобщение обычной формулы

$$E_n - E_n^{(0)} \equiv \Delta E_n = i\hbar \lim_{(t-t_0) \rightarrow \infty} \frac{\ln \langle n | \tilde{S}(t, t_0) | n \rangle}{(t - t_0)}. \quad (6)$$

Здесь  $|n\rangle$  – собственное состояние оператора энергии  $H_0$  при отсутствии взаимодействия,  $E_n^{(0)}$  – энергия этого состояния.

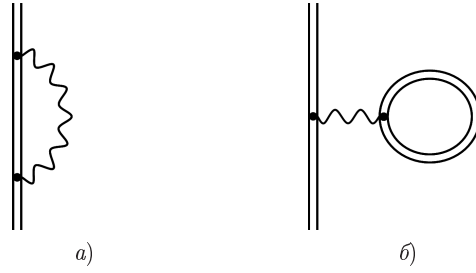


Рис. 1. а) Диаграмма Фейнмана, соответствующая собственной энергии электрона в атоме; б) диаграмма Фейнмана, соответствующая поляризации электрон-позитронного вакуума в атоме

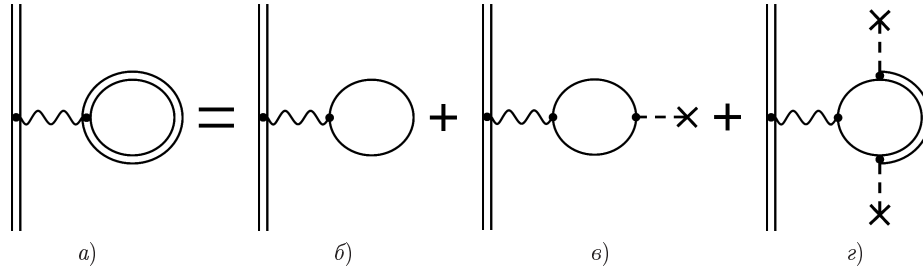


Рис. 2. Разложения вакуумной диаграммы второго порядка на рис. 1, б по степеням взаимодействия с ядром: а) поляризация вакуума (то же самое, что и 1, б); б) вклад этой диаграммы равен нулю по теореме Фарри; в) часть Юлинга; г) часть Уичмэна – Кролла

В картине Фарри, которая используется при решении проблемы связанных состояний в КЭД, в качестве «свободных» рассматриваются состояния электронов или мюонов, взаимодействующих с кулоновским полем ядра так, что  $\Delta E_n$  представляет собой поправку к энергии  $E_n^{(0)}$ , обусловленную взаимодействием электронов с собственным электромагнитным полем:  $E_n$  – энергия состояния, получающегося из  $|n\rangle$  при включении возмущающего взаимодействия. Вышесказанное означает, что при выводе формулы (6) предполагается, что возмущающее взаимодействие выключается при  $t \rightarrow \infty$ . Однако, как хорошо известно, в КЭД взаимодействие частиц с вакуумом не «выключается» ни в один момент времени. Для того чтобы обойти (но не решить!) эту проблему, в формализме адиабатической  $S_a$ -матрицы вводится адиабатическое выключение возмущающего взаимодействия на бесконечных временах. Такое «мягкое» выключение позволяет надеяться, что после проведения вычислений с конечным параметром  $a$ , характеризующим скорость выключения возмущающего взаимодействия, можно определить истинную поправку к энергии, переходя к пределу  $a \rightarrow 0$ . Однако тот факт, что, как мы видели, конечные формулы для  $\Delta E_n$  выражаются через матричные элементы  $S$ -матрицы, построенные в базисе «голых» состояний  $|n\rangle$ , свидетельствует о том, что какая-то часть информации об истинном связанном состоянии при этом всё-таки теряется. Ниже мы продемонстрируем это на примере радиационных поправок в мюонных атомах.

## 2. Динамические поправки к лэмбовскому сдвигу

В работе [9] были получены оператор Грина и оператор эволюции, описывающие связанный с ядром мюон с учётом рождения и аннигиляции в их поле электрон-

позитронной пары. Оператор Грина построен на базисе собственных векторов  $|n\rangle$  гамильтониана Дирака  $H_0$  и имеет вид (далее везде используется система  $\hbar = c = 1$ )

$$G(z) = \sum_n \frac{|n\rangle\langle n|}{z - E_n^{(0)} - C_n(z)}, \quad (7)$$

где функция  $C_n(z)$  описывает взаимодействие атома с вакуумом. Энергия уровня определяется из условия полюса в гриновском операторе (7) при решении уравнения

$$z - E_n^{(0)} - C_n(z) = 0. \quad (8)$$

В работе [9] было получено условие на функцию  $C_n(z)$  для точечного ядра, которое можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} C_n(z) = & 2(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} 2U_n(\mathbf{q}) \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_{p_1} 2E_{p_2}} \frac{4(E_{p_1} E_{p_2} + \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 - m_e^2)}{(z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2} - C_n(z - E_{p_1} - E_{p_2}))^2}, \quad (9) \end{aligned}$$

где  $\mathbf{p}_1$  и  $E_{p_1} = \sqrt{m_e^2 + \mathbf{p}_1^2}$  — импульс и энергия электрона;  $\mathbf{p}_2$  и  $E_{p_2} = \sqrt{m_e^2 + \mathbf{p}_2^2}$  — импульс и энергия позитрона;  $\mathbf{p}_2 = \mathbf{q} - \mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{q}$  — импульс, который переносится кулоновским фотоном. В уравнении (9)  $m_e$  есть физическая масса электрона и

$$U_n(\mathbf{q}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^3 r |\psi_n(\mathbf{r})|^2 \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}). \quad (10)$$

Разложение при малых значениях  $C_n(z - E_{p_1} - E_{p_2})$  даёт следующее выражение:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2} - C_n(z - E_{p_1} - E_{p_2}))^2} = \\ & = \frac{1}{(z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2})^2} + \frac{2C_n(z - E_{p_1} - E_{p_2})}{(z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2})^3} + \dots \quad (11) \end{aligned}$$

Используя разложение (11), уравнение (9) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z) = & 2(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} 2U_n(\mathbf{q}) \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_{p_1} 2E_{p_2}} \frac{4(E_{p_1} E_{p_2} + \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 - m_e^2)}{(z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2})^2}, \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} C_n^{(2)}(z) = & 2(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} 2U_n(\mathbf{q}) \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_{p_1} 2E_{p_2}} \frac{4(E_{p_1} E_{p_2} + \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 - m_e^2) 2C_n^{(1)}(z - E_{p_1} - E_{p_2})}{(z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2})^3} \quad (13) \end{aligned}$$

с граничными условиями из [9]. Тогда энергия уровня  $E_n$  из уравнения (8) имеет вид

$$E_n = E_n^{(0)} + C_n^{(1)}(E_n) + C_n^{(2)}(E_n) + \dots \quad (14)$$

Решение уравнения (12) с учётом граничного условия [9] задается формулой

$$C_n^{(1)}(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} 2U_n(\mathbf{q}) \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^2} 4\tilde{J}(z - E_n^{(0)}, |\mathbf{q}|), \quad (15)$$

где функция  $\tilde{J}(z, |\mathbf{q}|)$  определяется как

$$\tilde{J}(z, |\mathbf{q}|) = -\frac{2m_e^2}{3} \int_1^\infty dx \frac{(x + 1/2)\sqrt{x-1}}{x^{3/2}(4m_e^2 x - z^2 + |\mathbf{q}|^2 + i0)} \times \\ \times \left( \frac{z}{\sqrt{|\mathbf{q}|^2 + 4m_e^2 x}} + \frac{z^2 - |\mathbf{q}|^2}{4m_e^2 x} \right). \quad (16)$$

В свою очередь,  $C_n^{(1)}(E_n)$  можно представить в виде разложения

$$C_n^{(1)}(E_n) = C_n^{(1)}(E_n^{(0)}) + C_n^{(1)}(E_n^{(0)}) \frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z) \Big|_{z=E_n^{(0)}} \cdot (1 + O\{\alpha(Z\alpha)\}). \quad (17)$$

Величина  $C_n^{(1)}(E_n^{(0)})$  есть в точности поправка Юлинга  $\Delta E_{\text{Ueh}}$ , полученная в лидирующем порядке с помощью метода адиабатической  $S_a$ -матрицы (рис. 2, в). Тогда величину

$$\Delta E_{n,\text{dyn}}^{(1)} \equiv C_n^{(1)}(E_n^{(0)}) \frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z) \Big|_{z=E_n^{(0)}} \cdot (1 + O\{\alpha(Z\alpha)\}) \quad (18)$$

в (17) можно рассматривать как поправку к поправке Юлинга. Эту поправку можно назвать динамической, поскольку она представляет собой разность поправок, полученных в рамках формализма ОКД и формализма КЭД, во многом основанного на адиабатической гипотезе. Важно отметить, что динамические поправки невозможно получить на основе адиабатического формализма, в котором амплитуды рассматриваются только на массовой поверхности при  $z = E_n^{(0)}$ . Использование формализма ОКД приводит к зависимости амплитуд от  $z$  и позволяет определить точное значение энергии уровня при  $z = E_n$ . В работе [10] динамическая поправка  $\Delta E_{n,\text{dyn}}^{(1)}$  была рассчитана для тяжёлых мюонных атомов, и для мюонного свинца она оказалась сопоставима по величине с поправками Уичмэна–Кролла и Челлена–Сабри (табл. 1). Для мюонного водорода рассчитанная в работе [11] динамическая поправка  $\Delta E_{n,\text{dyn}}^{(1)}$  оказалась сопоставима с поправками Уичмэна–Кролла (табл. 1) и с поправками шестого порядка по теории возмущений ( $\lambda^6$ ), вычисленными с помощью метода адиабатической  $S_a$ -матрицы.

Таким образом, с ростом  $Z$  динамические поправки увеличиваются быстрее, чем поправка Челлена–Сабри. Наибольший интерес вызывает динамическая поправка  $C_n^{(2)}(E_n)$ , которая лежит в области  $|\Delta E_{\text{Ueh}}| > |C_n^{(2)}(E_n)| > |\Delta E_{n,\text{dyn}}^{(1)}|$  и, возможно, уступает по величине только поправке Юлинга и превосходит все остальные поправки на поляризацию электрон-позитронного вакуума. Решение уравнения (13) с граничным условием  $C_n^{(2)}(-\infty) = 0$  имеет вид:

$$C_n^{(2)}(z) = -C_n^{(1)}(E_n^{(0)}) \frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z) + 2C_n^{(1)}(z) \left( \frac{d}{dz} C_n^{(1)}(z) \right) \Big|_{z=E_n^{(0)}} + C_n^{(2)(\text{Log})}(z), \quad (19)$$

Табл. 1

Сравнение динамической поправки  $\Delta E_{\text{dyn}}^{(1)}$  (18) с поправками Юлинга  $\Delta E_{\text{Ueh}}$ , Челлен–Сабри  $\Delta E_{\text{KS}}$  и Уичмэна–Кролла  $\Delta E_{\text{WK}}$  для перехода  $2p_{1/2} - 2s_{1/2}$  в мюонном водороде и мюонном свинце, значения в эВ

Элемент	$\Delta E_{\text{Ueh}}$	$\Delta E_{\text{KS}}$	$\Delta E_{\text{WK}}$	$\Delta E_{\text{dyn}}^{(1)}$
${}^1_1\text{H}$	$-205.0282 \cdot 10^{-3}$	$-1.5081 \cdot 10^{-3}$	$1.03 \cdot 10^{-6}$	$3.18 \cdot 10^{-7}$
${}^{208}_{82}\text{Pb}$	13058	102	-104	-20

где

$$\begin{aligned}
C_n^{(2)(\text{Log})}(z) = & 2(2\pi)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} 2U_n(\mathbf{q}) \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}|^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} \frac{4(E_{p_1}E_{p_2} + \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 - m_e^2)}{2E_{p_1}2E_{p_2}} \times \\
& \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^3 q'}{(2\pi)^3} 8U_n(\mathbf{q}') \frac{Z\alpha^2}{|\mathbf{q}'|^2} 2\left(-\frac{2m_e^2}{3}\right) \times \\
& \times \int_1^\infty dx \frac{(x+1/2)\sqrt{x-1}}{x^{3/2}(4m_e^2x + |\mathbf{q}'|^2)^2} \ln \frac{|z'|}{|z' - \sqrt{4m_e^2x + |\mathbf{q}'|^2}|}, \quad (20)
\end{aligned}$$

$$z' = z - E_n^{(0)} - E_{p_1} - E_{p_2}.$$

### Заключение

В данной работе показано, что из описания мюонных атомов в рамках формализма адиабатической  $S_a$ -матрицы были упущены поправки к энергетическим уровням, оказавшиеся существенными. Эти дополнительные поправки, полученные в рамках ОКД-подхода, можно рассматривать как динамические поправки. Динамическая поправка  $\Delta E_{n,\text{dyn}}^{(1)}$  оказалась сопоставимой для мюонного водорода с поправкой Уичмэна–Кролла, для мюонного свинца – с поправками Челлена–Сабри и Уичмэна–Кролла, а поправка  $C_n^{(2)}(E_n)$  их превосходит и, возможно, уступает по абсолютной величине только поправке Юлинга. Таким образом, показано, что существуют поправки к лэмбовскому сдвигу в мюонных атомах, которые ранее в КЭД не учитывались и которые могут существенно влиять на предсказания теории.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ НШ-2965.2008.2.

### Summary

*R.Kh. Gainutdinov, A.A. Mutygullina, A.A. Vasil'ev.* The Bound States Problem in Quantum Electrodynamics and the Lamb Shift in Muonic Atoms.

The bound state problem in quantum electrodynamics is discussed. Adiabatic  $S$ -matrix formalism, with which radiative corrections to energy levels of atoms are usually evaluated, is stated to provide only an approximate solution. It is shown that the radiative corrections are significant to the energy levels of muonic atoms that can not be predicted by the adiabatic  $S$ -matrix formalism.

**Key words:** bound states, Lamb shift, muonic atoms.

## Литература

1. *Chelkowski S., Bandrauk A.D., Corkum P.B.* Muonic molecules in superintense laser fields // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V. 93, No 8. – P. 083602-1–083602-4.
2. *Гайнутдинов Р.Х.* Естественное уширение спектральных линий многозарядных ионов и проблема поверхностных расходимостей // *ЖЭТФ.* – 1995. – Т. 108. – С. 1600–1613.
3. *Gainutdinov R.Kh.* Nonlocal interactions and quantum dynamics // *J. Phys. A: Math. Gen.* – 1999. – V. 32. – P. 5657–5677.
4. *Швебер С.* Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 842 с.
5. *Веселов М.Г., Лабзовский Л.Н.* Теория атома. Строение электронных оболочек. – М.: Наука, 1986. – 327 с.
6. *Лабзовский Л.Н.* Теория атома. Квантовая электродинамика электронных оболочек и процессы излучения. – М.: Физматлит, 1996. – 304 с.
7. *Soff G., Bednyakov I., Beier T., Erler F., Goidenko I.A., Jentschura U.D., Labzowsky L.N., Nefiodov A.V., Plunien G., Schützhold R., Zschocke S.* Effects of QED and beyond from the atomic binding energy // *Hyperfine Interact.* – 2001. – V. 132. – P. 75–103.
8. *Haga A., Horikawa Y., Toki H.* Reanalysis of muonic  $^{90}\text{Zr}$  and  $^{208}\text{Pb}$  atoms // *Phys. Rev. C.* – 2007. – V. 75. – P. 044315-1–044315-8.
9. *Gainutdinov R.Kh., Iyudin A.S., Mutygullina A.A.* Description of the polarization effects in the muonic atoms within the framework of generalized quantum dynamics // *Proc. SPIE.* – 2006. – V. 6181. – P. 6181-1–6181-13.
10. *Gainutdinov R.Kh., Mutygullina A.A., Vasil'ev A.A.* Effects of nonlocality of the interaction of a muon with a nucleus on the Lamb shift in muonic atoms // *Proc. SPIE.* – 2008. – V. 7024. – P. 7024-1–7024-11.
11. *Васильев А.А., Гайнутдинов Р.Х., Мутыгуллина А.А.* Поправки высших порядков к лэмбовскому сдвигу в мюонном водороде // *Учён. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки.* – 2008. – Т. 150, кн. 2. – С. 79–85.

Поступила в редакцию  
28.01.09

---

**Гайнутдинов Ренат Хамитович** – доктор физико-математических наук, профессор кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.

E-mail: *Renat.Gainutdinov@ksu.ru*

**Мутыгуллина Айгуль Ахмадулловна** – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Казанского государственного университета.

E-mail: *Aigul.Mutygullina@ksu.ru*

**Васильев Александр Александрович** – аспирант кафедры оптики и нанофотоники Казанского государственного университета.